Name: ______________________________ Klasse: _________

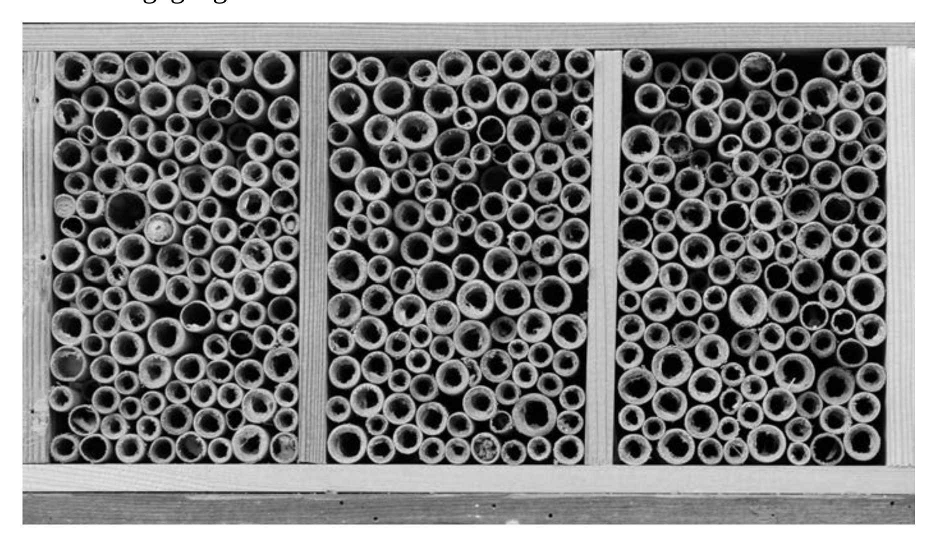
Zentrale Prüfungen 2021 – Mathematik

Anforderungen mit gymnasialer Differenzierung

Prüfungsteil I

Aufgabe 1

Schätze: Wie viele Röhrchen sind von dem Insektenhotel zu sehen? Beschreibe, wie du vorgegangen bist.



Aufgabe 2

Rechne die Größen in die angegebene Einheit um.

2,5 h = ___________ Sekunden

1296 cm = ___________ Meter

50 g = ___________ Kilogramm

Aufgabe 3

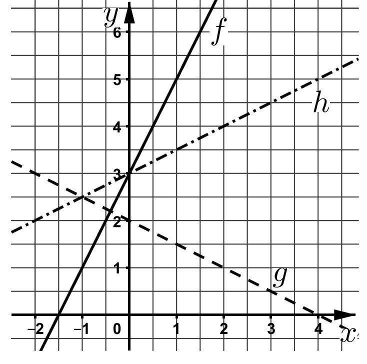
Eine Pyramide aus Holz hat eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge 15 cm und eine Höhe von 24 cm.

Berechne das Volumen und das Gewicht der Pyramide, wenn 1 cm³ Holz 0,8 g wiegt.

Aufgabe 4

a) Ordne die rechts abgebildeten Funktionsgraphen von f, g und h den angegebenen Gleichungen zu.

f	$y = -0{,}5x + 2$
g	$y = 0{,}5x + 3$
h	$y = 2x + 3$



b) Gib eine lineare Gleichung an, die zu folgender Wertetabelle passt:

x	0	1	2
y	2	3,5	5

$y =$ ____________

Aufgabe 5

Am 1. Juli 2020 wurde in Deutschland befristet die Mehrwertsteuer (= MwSt.) von 19 % auf 16 % gesenkt. Herr Meyer hat ein Geschäft für Bekleidung und hat die Senkung der Mehrwertsteuer an seine Kunden weitergegeben. Dafür hat er eine Excel-Tabelle angelegt:

	A	B	C	D	E
1	**Produkt**	**Preis ohne MwSt.**	**Preis mit 19 % MwSt.**	**Preis mit 16 % MwSt.**	**Ersparnis in €**
2	T-Shirt	7,52	8,95	8,72	0,23
3	Pullover	11,72	13,95	13,60	0,35
4	Kapuzenpullover	33,57			1,01

a) Ergänze die fehlenden Werte in Zeile 4 für den Kapuzenpullover.

b) Der Wert welcher Zelle lässt sich mit der Formel „`=B3*1,19-B3*1,16`“ berechnen?
Gib die Zelle an.

c) Herr Meyer stellt fest: „Obwohl die Mehrwertsteuer um 3 % abgesenkt wurde, betrug die Ersparnis für den Kunden nicht 3 %.“
Begründe durch eine Rechnung, dass diese Aussage zutrifft.

Name: ________________________________ Klasse: _________

Prüfungsteil II

Aufgabe 1: Glaskugel

Ein Unternehmen stellt lackierte Glaskugeln her (Abbildung 1).
Die Glaskugeln haben einen Durchmesser von 8 cm.

Nach der Herstellung der Form wird die Kugeloberfläche lackiert.
Mit einem Liter Farbe kann eine Fläche von 12 m² lackiert werden.

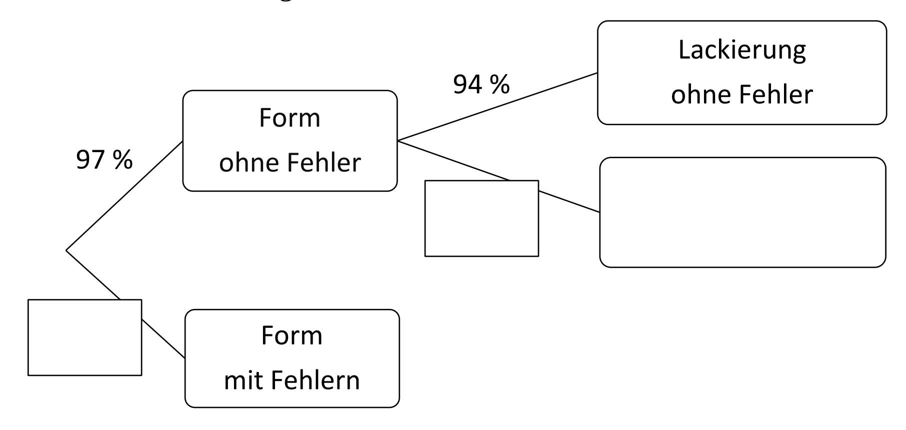


Abbildung 1: Glaskugel

a) Berechne, wie viele Glaskugeln mit einem Liter Farbe lackiert werden können.

b) Ein Praktikant behauptet: „Für eine Glaskugel mit doppeltem Durchmesser benötigt man viermal so viel Farbe.“
Weise allgemein nach, dass die Behauptung unabhängig von der Größe der Ausgangskugel stimmt.

Bevor die lackierten Glaskugeln verpackt werden, durchlaufen sie eine Qualitätskontrolle. Zuerst wird die Form, danach die Lackierung auf Fehler kontrolliert. Alle Glaskugeln mit einem Fehler werden direkt aussortiert. Das Baumdiagramm zeigt die Anteile. Die Anteile werden im Folgenden als Wahrscheinlichkeiten gedeutet.



c) Ergänze die drei fehlenden Angaben im Baumdiagramm.

d) Begründe, warum der untere Ast des Baumdiagramms nicht fortgeführt ist.

e) Insgesamt werden 2 000 Glaskugeln kontrolliert.
Berechne, wie viele fehlerfreie Glaskugeln zu erwarten sind.

f) Bei einer weiteren Kontrolle werden 3 000 Kugeln überprüft. 261 Kugeln sind fehlerhaft.
Bestimme, um wie viel Prozent die tatsächliche Anzahl von der erwarteten Anzahl abweicht.

Name: ________________________________ Klasse: _________

Aufgabe 2: Blobbing

Blobbing ist eine Wassersportart im Freien (Abbildung 1). Eine vereinfachte Darstellung des Ablaufs ist in Abbildung 2 dargestellt. Beim Blobbing liegt ein mit Luft gefülltes Kissen im Wasser.

(1) Der *Jumper* springt vom Turm auf das Luftkissen.

(2) Auf der anderen Seite des Kissens ist der *Blobber*. Durch den Sprung befördert der *Jumper* den Blobber in die Luft.

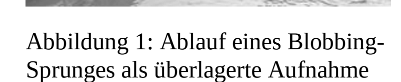


Abbildung 1: Ablauf eines Blobbing-Sprunges als überlagerte Aufnahme

(3) Der *Blobber* wird in die Luft geschleudert und landet dann im Wasser.



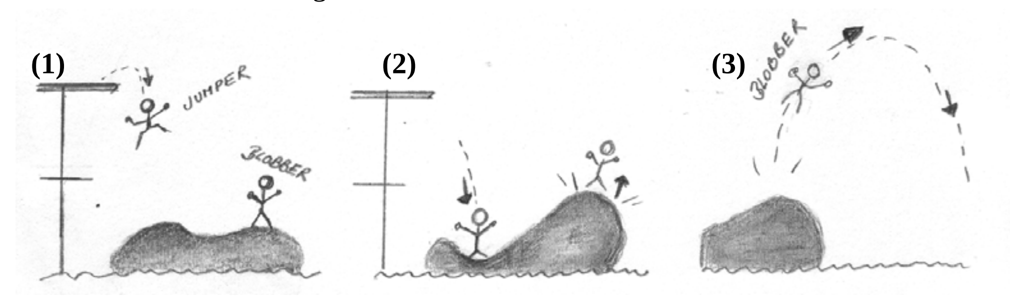


Abbildung 2: Vereinfachte Darstellung des Blobbing-Ablaufs (nicht maßstabsgetreu)

Zentrale Prüfungen 10

Der *Jumper* kann zwischen verschiedenen Absprunghöhen wählen. Ein Sprung aus fünf Meter Höhe dauert ca. 1 Sekunde. Ein Sprung aus zehn Meter Höhe dauert ca. 1,42 Sekunden.

Absprung-höhe	Sprung-dauer
0 m	0 s
3 m	0,77 s
5 m	1 s
10 m	1,42 s
15 m	1,75 s

Tabelle 1: Sprungdauer in Abhängigkeit von der Absprunghöhe

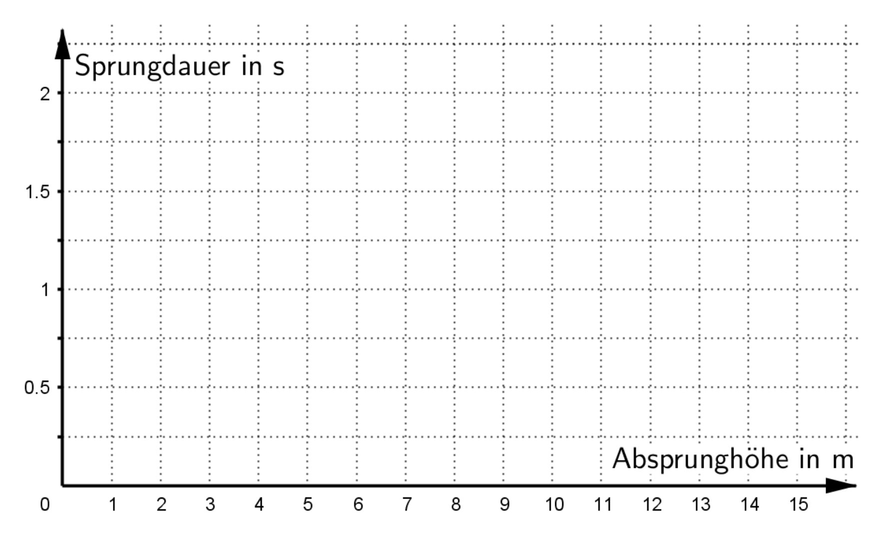


Abbildung 3: Leeres Koordinatensystem zu Aufgabenteil a)

a) Skizziere zu den Werten aus Tabelle 1 den passenden Graphen in dem abgebildeten Koordinatensystem (Abbildung 3).

b) Überprüfe, ob es zwischen der Absprunghöhe und der Sprungdauer einen linearen Zusammenhang gibt. Notiere deinen Lösungsweg.

Abbildung 4 zeigt die Flugbahn eines *Blobbers* A.

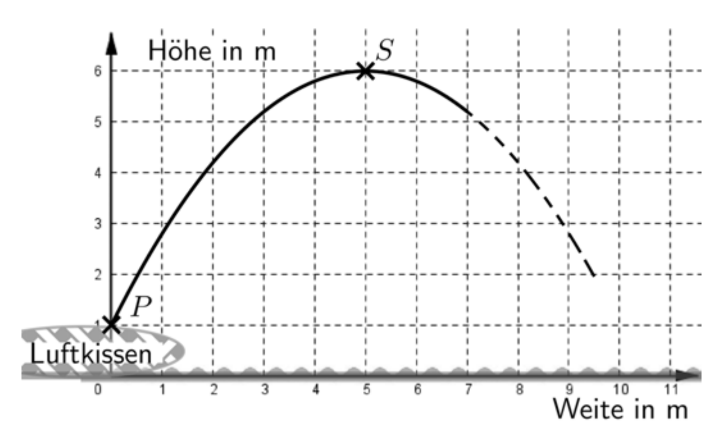


Abbildung 4: Flugbahn des *Blobbers* A

c) Begründe, dass sich die Funktion f mit $f(x) = -0{,}2 \cdot (x-5)^2 + 6$ zur Modellierung der Flugbahn von Blobber A eignet.

Die Flugbahn von *Blobber* A kann somit durch die Funktion f mit $f(x) = -0{,}2 \cdot (x-5)^2 + 6$ beschrieben werden.

d) Die Funktionsgleichung g mit $g(x) = -0{,}2 \cdot x^2 + 2x + 1$ beschreibt dieselbe Flugbahn. Zeige durch Termumformungen, dass die Funktionsgleichungen von f und g dieselbe Parabel beschreiben.

e) Berechne, wie weit *Blobber* A geflogen ist.

f) Die Flugbahn eines zweiten *Blobbers* B wird mit der Funktion h mit $h(x) = -0{,}28 \cdot x^2 + 2{,}8x + 1$ beschrieben.
Nenne *eine* Gemeinsamkeit und *einen* Unterschied der Flugbahn des zweiten *Blobbers* B im Vergleich zur Flugbahn von *Blobber* A.

g) Die *Blobbing*-Anlage muss aus Sicherheitsgründen so beschaffen sein, dass eine Flughöhe von 15 m nicht überschritten wird.
Zeige rechnerisch, dass auch der zweite *Blobber* B diese Flughöhe nicht überschreitet.

Name: ________________________________ Klasse: _________

Aufgabe 3: Muster

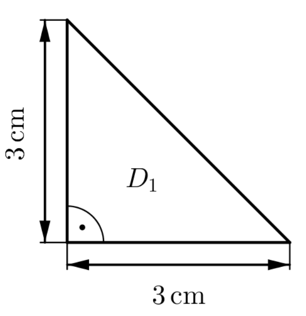


Abbildung 1: Dreieck D_1

Jan möchte ein Muster aus rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecken konstruieren. Er beginnt mit dem Dreieck D_1 (Abbildung 1).

a) Zeige mit einer Rechnung, dass die Länge der Hypotenuse von Dreieck D_1 ca. 4,243 cm beträgt.

Jan setzt das Muster mit den beiden weiteren Dreiecken D_2 und D_3 fort (Abbildung 2).

b) Ergänze das Dreieck D_4 zeichnerisch in Abbildung 2. Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

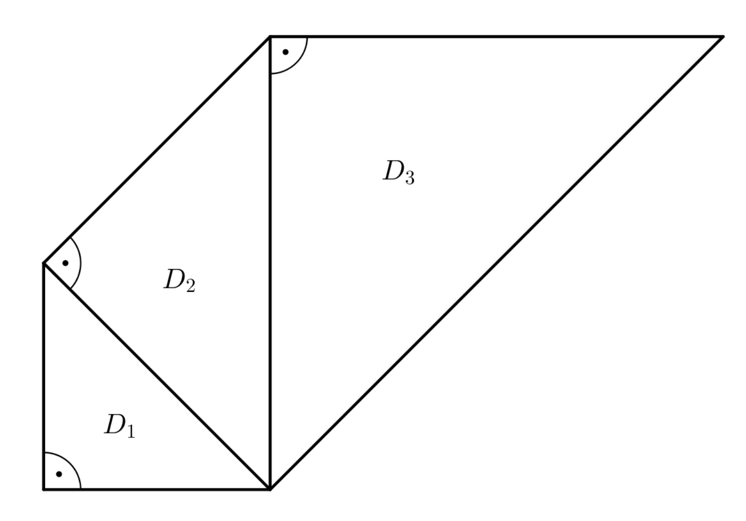


Abbildung 2: Muster bis Dreieck D_3 zu Teilaufgabe b) – d)

c) Begründe, wie viele Dreiecke gezeichnet werden können, ohne dass sich diese überschneiden.

d) Zeige rechnerisch, dass der Flächeninhalt von Dreieck D_2 doppelt so groß ist wie der Flächeninhalt von Dreieck D_1.

Name: ______________________________ Klasse: _________

Jan berechnet weitere Flächeninhalte der Dreiecke in seinem Muster (Abbildung 3) und hält die Ergebnisse in einer Tabelle fest.

Dreieck	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	…
Flächeninhalt (in cm²)	4,5	9	18	36	72	…

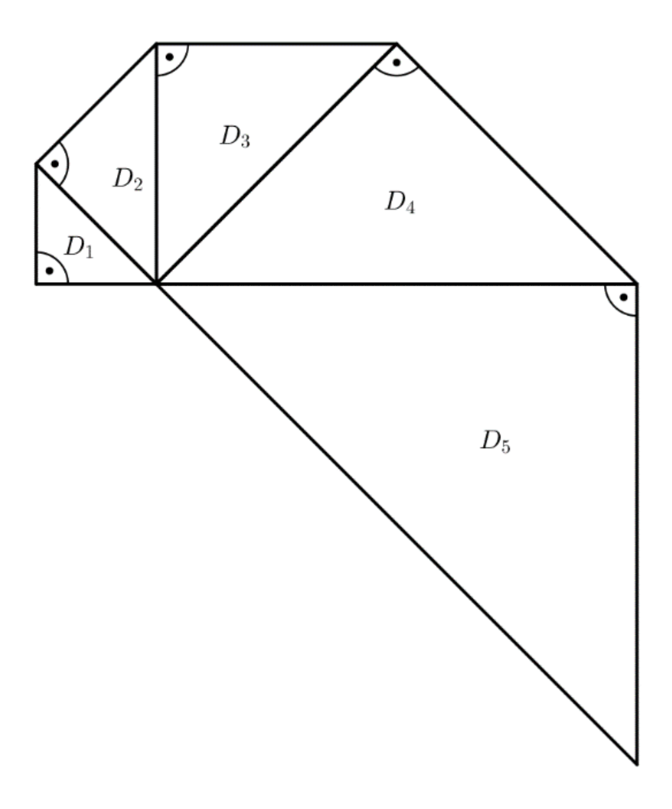


Abbildung 3: Muster bis Dreieck D_5 verkleinert dargestellt

e) Begründe, dass kein Dreieck in dem Muster einen Flächeninhalt von genau 250 cm² hat.

f) Jan möchte das Muster aus Papier herstellen. Dazu schneidet er die einzelnen Dreiecke aus DIN-A4-Blättern (21 cm × 29,7 cm) aus. Jan behauptet: „Auch das Dreieck D_8 kann ich aus einem einzigen DIN-A4-Blatt ausschneiden."
Entscheide begründet, ob Jans Behauptung zutrifft.

Name: ___________________________________ Klasse: _________

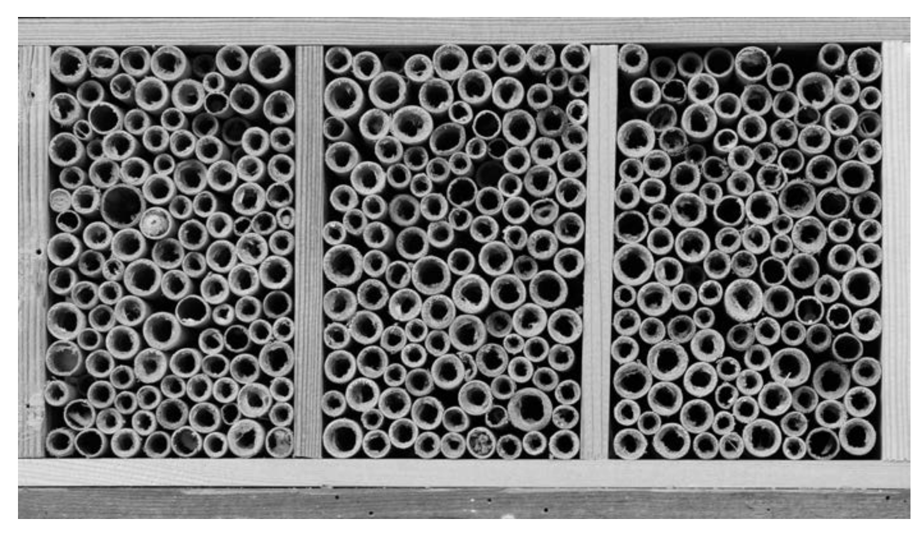
Zentrale Prüfungen 2021 – Mathematik

Anforderungen mit gymnasialer Differenzierung

Prüfungsteil I

Aufgabe 1

Schätze: Wie viele Röhrchen sind von dem Insektenhotel zu sehen? Beschreibe, wie du vorgegangen bist.



Aufgabe 2

Ordne der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl:

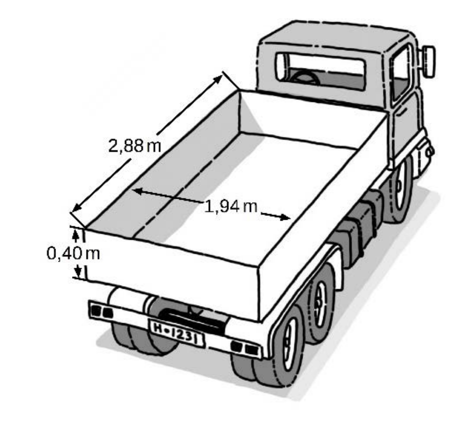
$\frac{2}{10}$ 0,15 10^{-1} 0,05

Aufgabe 3

Herr Celik hat einen alten LKW gekauft.

a) Berechne das Volumen des quaderförmigen Laderaums.

b) Der Boden und die inneren Seitenwände des Laderaums müssen neu lackiert werden. Die Kosten für das Lackieren betragen 39 € pro angefangenen Quadratmeter (m²). Berechne den Preis der neuen Lackierung.



Name: ______________________________________ Klasse: _________

Aufgabe 4

a) Löse das lineare Gleichungssystem. Notiere deinen Lösungsweg.

I $6x - 4y = -26$

II $2x + 4y = 2$

b) Ergänze den fehlenden Wert in Gleichung I so, dass das angegebene Gleichungssystem keine Lösung hat. Begründe deine Entscheidung.

I $y = ___ x - 7$

II $y = 3x + 5$

Aufgabe 5

Am 1. Juli 2020 wurde in Deutschland befristet die Mehrwertsteuer (= MwSt.) von 19 % auf 16 % gesenkt. Herr Meyer hat ein Geschäft für Bekleidung und hat die Senkung der Mehrwertsteuer an seine Kunden weitergegeben. Dafür hat er eine Excel-Tabelle angelegt:

	A	B	C	D	E
1	**Produkt**	**Preis ohne MwSt.**	**Preis mit 19 % MwSt.**	**Preis mit 16 % MwSt.**	**Ersparnis in €**
2	T-Shirt	7,52	8,95	8,72	0,23
3	Pullover	11,72	13,95	13,60	0,35
4	Kapuzenpullover	33,57			1,01

a) Ergänze die fehlenden Werte in Zeile 4 für den Kapuzenpullover.

b) Der Wert welcher Zelle lässt sich mit der Formel „`=B3*1,19–B3*1,16`“ berechnen?
Gib die Zelle an.

c) Herr Meyer stellt fest: „Obwohl die Mehrwertsteuer um 3 % abgesenkt wurde, betrug die Ersparnis für den Kunden nicht 3 %.“
Begründe durch eine Rechnung, dass diese Aussage zutrifft.

Name: ___________________________________ Klasse: _________

Prüfungsteil II

Aufgabe 1: Glaskugel


Abbildung 1: Glaskugel

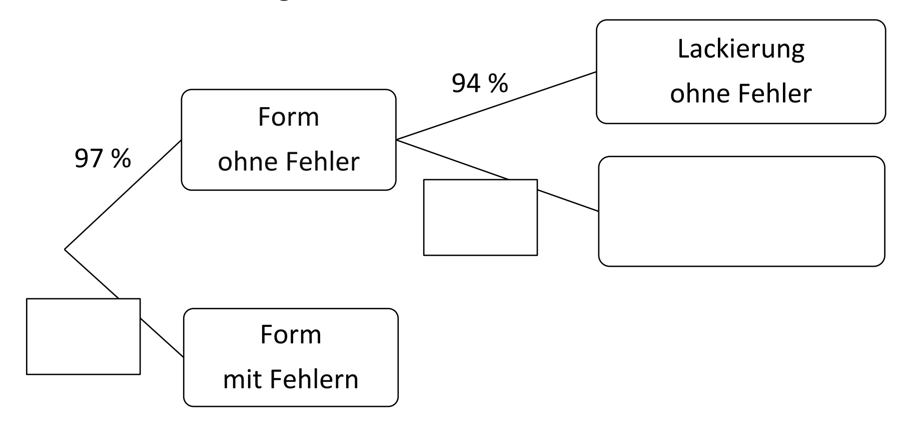
Ein Unternehmen stellt lackierte Glaskugeln her (Abbildung 1).
Die Glaskugeln haben einen Durchmesser von 8 cm.

Nach der Herstellung der Form wird die Kugeloberfläche lackiert.
Mit einem Liter Farbe kann eine Fläche von 12 m² lackiert werden.

a) Berechne, wie viele Glaskugeln mit einem Liter Farbe lackiert werden können.

b) Ein Praktikant behauptet: „Für eine Glaskugel mit doppeltem Durchmesser benötigt man viermal so viel Farbe.“
Weise allgemein nach, dass die Behauptung unabhängig von der Größe der Ausgangskugel stimmt.

Bevor die lackierten Glaskugeln verpackt werden, durchlaufen sie eine Qualitätskontrolle. Zuerst wird die Form, danach die Lackierung auf Fehler kontrolliert. Alle Glaskugeln mit einem Fehler werden direkt aussortiert. Das Baumdiagramm zeigt die Anteile. Die Anteile werden im Folgenden als Wahrscheinlichkeiten gedeutet.



c) Ergänze die drei fehlenden Angaben im Baumdiagramm.

d) Begründe, warum der untere Ast des Baumdiagramms nicht fortgeführt ist.

e) Insgesamt werden 2 000 Glaskugeln kontrolliert.
Berechne, wie viele fehlerfreie Glaskugeln zu erwarten sind.

f) Bei einer weiteren Kontrolle werden 3 000 Kugeln überprüft. 261 Kugeln sind fehlerhaft.
Bestimme, um wie viel Prozent die tatsächliche Anzahl von der erwarteten Anzahl abweicht.

Name: ______________________________________ Klasse: _________

Aufgabe 2: Blobbing

Blobbing ist eine Wassersportart im Freien (Abbildung 1). Eine vereinfachte Darstellung des Ablaufs ist in Abbildung 2 dargestellt. Beim Blobbing liegt ein mit Luft gefülltes Kissen im Wasser.

(1) Der *Jumper* springt vom Turm auf das Luftkissen.

(2) Auf der anderen Seite des Kissens ist der *Blobber*. Durch den Sprung befördert der *Jumper* den Blobber in die Luft.



Abbildung 1: Ablauf eines Blobbing-Sprunges als überlagerte Aufnahme

(3) Der *Blobber* wird in die Luft geschleudert und landet dann im Wasser.



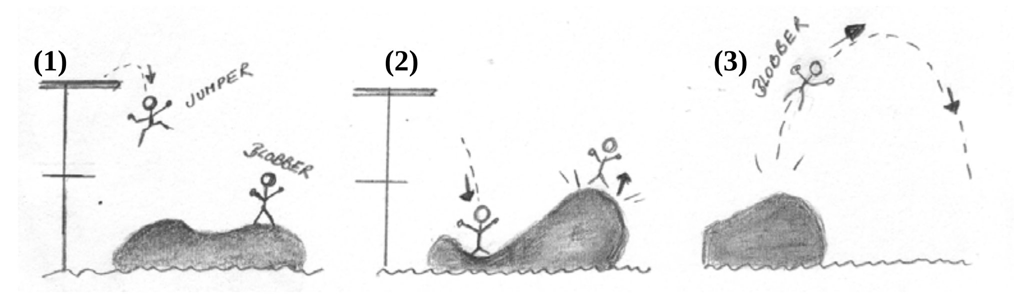


Abbildung 2: Vereinfachte Darstellung des Blobbing-Ablaufs (nicht maßstabsgetreu)

Der *Jumper* kann zwischen verschiedenen Absprunghöhen wählen. Ein Sprung aus fünf Meter Höhe dauert ca. 1 Sekunde. Ein Sprung aus zehn Meter Höhe dauert ca. 1,42 Sekunden.

Absprung-höhe	Sprung-dauer
0 m	0 s
3 m	0,77 s
5 m	1 s
10 m	1,42 s
15 m	1,75 s

Tabelle 1: Sprungdauer in Abhängigkeit von der Absprunghöhe

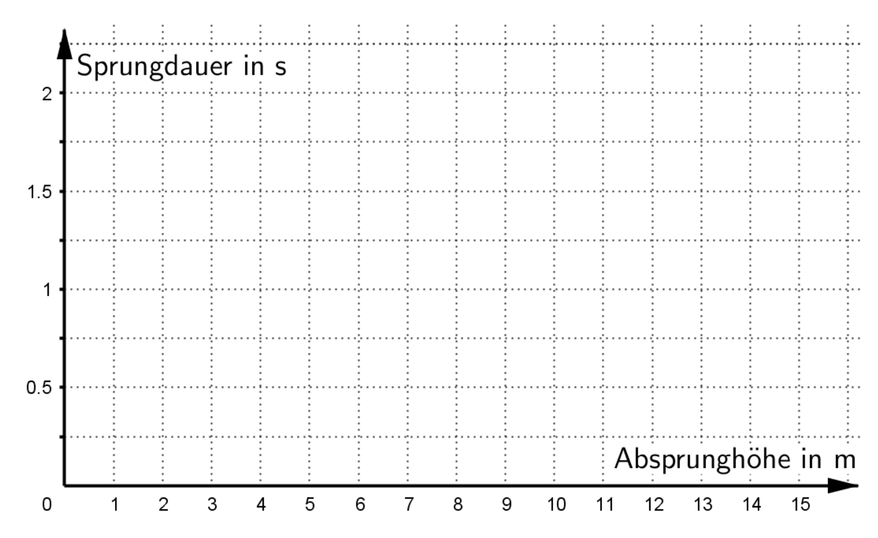


Abbildung 3: Leeres Koordinatensystem zu Aufgabenteil a)

a) Skizziere zu den Werten aus Tabelle 1 den passenden Graphen in dem abgebildeten Koordinatensystem (Abbildung 3).

b) Überprüfe, ob es zwischen der Absprunghöhe und der Sprungdauer einen linearen Zusammenhang gibt. Notiere deinen Lösungsweg.



Name: ___________________________________ Klasse: _________

Abbildung 4 zeigt die Flugbahn eines *Blobbers* A.

c) Begründe, dass sich die Funktion f mit $f(x) = -0{,}2 \cdot (x-5)^2 + 6$ zur Modellierung der Flugbahn von Blobber A eignet.

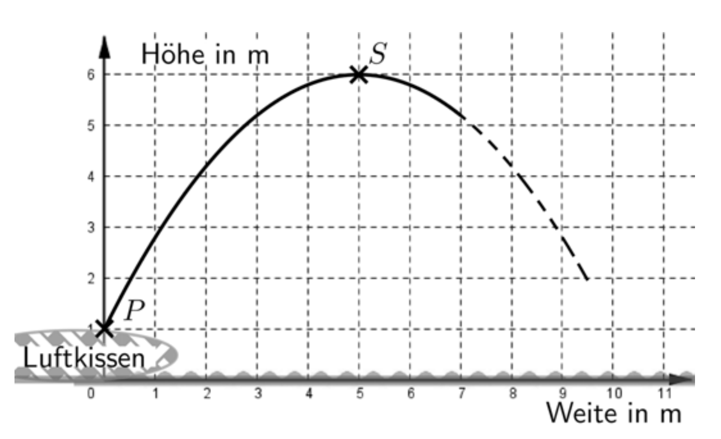


Abbildung 4: Flugbahn des *Blobbers* A

Die Flugbahn von *Blobber* A kann somit durch die Funktion f mit $f(x) = -0{,}2 \cdot (x-5)^2 + 6$ beschrieben werden.

d) Die Funktionsgleichung g mit $g(x) = -0{,}2 \cdot x^2 + 2x + 1$ beschreibt dieselbe Flugbahn. Zeige durch Termumformungen, dass die Funktionsgleichungen von f und g dieselbe Parabel beschreiben.

e) Berechne, wie weit *Blobber* A geflogen ist.

f) Die Flugbahn eines zweiten *Blobbers* B wird mit der Funktion h mit $h(x) = -0{,}28 \cdot x^2 + 2{,}8x + 1$ beschrieben.
Nenne *eine* Gemeinsamkeit und *einen* Unterschied der Flugbahn des zweiten *Blobbers* B im Vergleich zur Flugbahn von *Blobber* A.

g) Die *Blobbing*-Anlage muss aus Sicherheitsgründen so beschaffen sein, dass eine Flughöhe von 15 m nicht überschritten wird.
Zeige rechnerisch, dass auch der zweite *Blobber* B diese Flughöhe nicht überschreitet.

Name: ______________________________________ Klasse: _________

Aufgabe 3: Muster

Jan möchte ein Muster aus rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecken konstruieren. Er beginnt mit dem Dreieck D_1 (Abbildung 1).

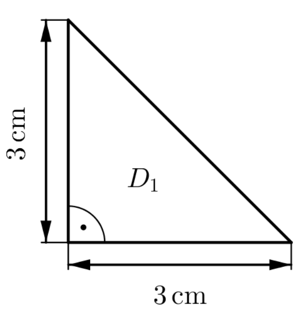


Abbildung 1: Dreieck D_1

a) Zeige mit einer Rechnung, dass die Länge der Hypotenuse von Dreieck D_1 ca. 4,243 cm beträgt.

Jan setzt das Muster mit den beiden weiteren Dreiecken D_2 und D_3 fort (Abbildung 2).

b) Ergänze das Dreieck D_4 zeichnerisch in Abbildung 2. Beschreibe, wie du vorgegangen bist.

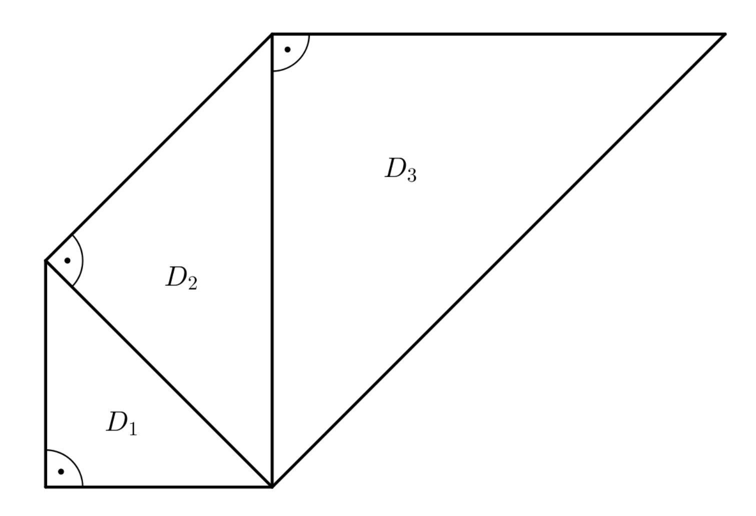


Abbildung 2: Muster bis Dreieck D_3 zu Teilaufgabe b) – d)

c) Begründe, wie viele Dreiecke gezeichnet werden können, ohne dass sich diese überschneiden.

d) Zeige rechnerisch, dass der Flächeninhalt von Dreieck D_2 doppelt so groß ist wie der Flächeninhalt von Dreieck D_1.

Name: ________________________________ Klasse: _________

Jan berechnet weitere Flächeninhalte der Dreiecke in seinem Muster (Abbildung 3) und hält die Ergebnisse in einer Tabelle fest.

Dreieck	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	…
Flächeninhalt (in cm²)	4,5	9	18	36	72	…

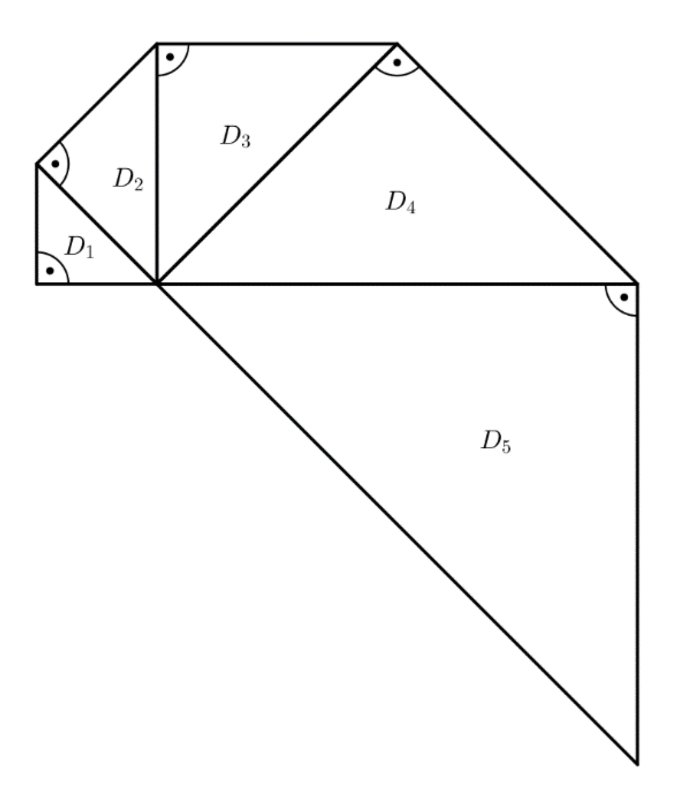


Abbildung 3: Muster bis Dreieck D_5 verkleinert dargestellt

e) Begründe, dass kein Dreieck in dem Muster einen Flächeninhalt von genau 250 cm² hat.

f) Jan möchte das Muster aus Papier herstellen. Dazu schneidet er die einzelnen Dreiecke aus DIN-A4-Blättern (21 cm × 29,7 cm) aus. Jan behauptet: „Auch das Dreieck D_8 kann ich aus einem einzigen DIN-A4-Blatt ausschneiden.“
Entscheide begründet, ob Jans Behauptung zutrifft.